

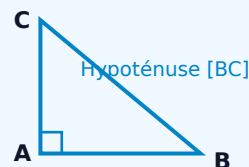
Le Théorème de Pythagore & sa Réciproque

Fiche méthodologique complète pour l'épreuve de Mathématiques du Brevet

1. L'ÉNONCÉ DU THÉORÈME DIRECT

Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

Si ABC est rectangle en A, alors : $BC^2 = AB^2 + AC^2$



[RAPPEL DE VOCABULAIRE]

- L'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit. C'est TOUJOURS le plus long côté du triangle rectangle.

2. CALCULER UNE LONGUEUR : LES DEUX CAS DE FIGURE

Cas n°1 : On cherche l'hypoténuse (+)

On cherche le côté le plus long : on ADDITIONNE les carrés.

Exemple : ABC rectangle en A, avec $AB = 3$ cm et $AC = 4$ cm.

- D'après le théorème de Pythagore :
 $BC^2 = AB^2 + AC^2$
- On remplace par les valeurs connues :
 $BC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$
- On extrait la racine carrée :
 $BC = \sqrt{25} = 5$ cm.

Cas n°2 : On cherche un côté de l'angle droit (-)

On cherche un côté adjacent : on SOUSTRAIT les carrés.

Exemple : MNP rectangle en M, avec $NP = 10$ cm et $MP = 8$ cm.

- D'après le théorème de Pythagore :
 $NP^2 = MN^2 + MP^2$ donc $MN^2 = NP^2 - MP^2$
- On remplace par les valeurs connues :
 $MN^2 = 10^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36$
- On extrait la racine carrée :
 $MN = \sqrt{36} = 6$ cm.

3. LE MODÈLE DE RÉDACTION OFFICIEL EXIGÉ AU BREVET

Les 5 étapes incontournables notées par les correcteurs du DNB :

Étape 1 : Citer le triangle et le sommet de l'angle droit → "Dans le triangle ABC rectangle en A..."

Étape 2 : Citer le théorème appliqué → "...d'après le théorème de Pythagore :"

Étape 3 : Écrire la relation littérale avec les lettres → $BC^2 = AB^2 + AC^2$

Étape 4 : Remplacer par les valeurs numériques et calculer → $BC^2 = 3^2 + 4^2 = 25$

Étape 5 : Calculer la racine carrée, indiquer l'unité et conclure → $BC = \sqrt{25} = 5$ cm.

[ATTENTION AUX 2 PIÈGES FRÉQUENTS DU BREVET] :

- Ne confondez pas le carré ($3^2 = 9$) et le double ($3 \times 2 = 6$) ! Utilisez la touche $[x^2]$ de la calculatrice.
- N'oubliez JAMAIS l'unité de mesure (cm, m) dans votre phrase de conclusion finale.

Réciproque & Contraposée du Théorème

Prouver qu'un triangle est rectangle (ou ne l'est pas) au Brevet

4. DÉMONTRER QU'UN TRIANGLE EST RECTANGLE OU NON

CAS DE FIGURE	CALCULS SÉPARÉS OBLIGATOIRES	CONCLUSION TYPE DNB
LE TRIANGLE EST RECTANGLE (Réciproque)	Le plus grand côté est [BC]. • D'une part : $BC^2 = 5^2 = 25$ • D'autre part : $AB^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$ On constate que $BC^2 = AB^2 + AC^2$.	D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.
LE TRIANGLE N'EST PAS RECTANGLE (Contraposée)	Le plus grand côté est [EF]. • D'une part : $EF^2 = 7^2 = 49$ • D'autre part : $DE^2 + DF^2 = 4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$ On constate que $EF^2 \neq DE^2 + DF^2$.	L'égalité de Pythagore n'étant pas vérifiée, le triangle DEF n'est pas rectangle.

[RÈGLE D'OR ABSOLUE DE RÉDACTION] :

Ne commencez JAMAIS en écrivant $BC^2 = AB^2 + AC^2$ quand vous voulez démontrer qu'un triangle est rectangle !
Vous devez calculer chaque terme de chaque côté de manière STRICTEMENT SÉPARÉE, puis comparer les résultats.

5. EXERCICE TYPE BREVET AVEC CORRIGÉ COMMENTÉ

Énoncé (Extrait d'Annales du Brevet) :

Un charpentier pose une échelle de 6,5 m contre un mur vertical. Le pied de l'échelle est posé au sol à 2,5 m du pied du mur. À quelle hauteur le sommet de l'échelle touche-t-il le mur ?

Corrigé rédigé pas à pas selon le barème officiel :

- Modélisation : Le sol et le mur étant perpendiculaires, l'échelle, le mur et le sol forment un triangle rectangle.
- Formule : L'échelle est l'hypoténuse (longueur $L = 6,5$ m). Notons h la hauteur cherchée et $d = 2,5$ m la distance au sol.
D'après le théorème de Pythagore : $L^2 = h^2 + d^2$ donc $h^2 = L^2 - d^2$
- Calcul numérique : $h^2 = 6,5^2 - 2,5^2 = 42,25 - 6,25 = 36$
- Conclusion : $h = \sqrt{36} = 6$ m. Le sommet de l'échelle atteint donc une hauteur de 6 mètres.

[ENTRAÎNEMENT INTERACTIF] Retrouvez des dizaines de quiz chronométrés sur Pythagore sur <https://brevet.quest>

